

**Ficha de Exercícios N° 06**
**RECTA E PLANO NO ESPAÇO  $\mathbb{R}^3$** 
**Curso:** Engenharias

**Nível:** I

**Disciplina:** Álgebra Linear e Geometria Analítica

**Semestre:** 1°/2024

**Docentes:** Grupo de disciplina

**Carga Horária:** 6h/Semanal

**Duração:** Duas semanas (07-Mai a 18-Mai-2024)

1. Verifique se o ponto  $A(1, 2, 3)$  pertence ou não a recta dada:

a)  $r: x-2 = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-1}{-2}$

b)  $r: \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-3}{0}$

c)  $r: \begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=3+2t \end{cases}$

d)  $r: \begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=1+4t \end{cases}$

e)  $r: \begin{cases} x=1 \\ y=-2+2t \\ z=5-t \end{cases}$

2. Ache as equações paramétricas e canónicas das rectas que passam pelos pontos  $A$  e  $B$  quando:

a)  $A(-2, 3, 0); B(3, 1, -1)$

b)  $A(1, 2, 1); B(2, 3, 4)$

c)  $A(1, 0, -3); B(1, 0, 2)$

3. Ache a equação da recta que passa pelo ponto  $A(3, 4, 5)$  e é paralela à recta seguinte:

a)  $r: \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{0}$

b)  $r: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{4}$

4. Ache a equação da mediana  $AD$  do triângulo  $ABC$ , onde  $A(1, -3, 2)$ ;  $B(2, 4, 6)$  e  $C(4, 0, -2)$ .

5. Ache o ponto de intersecção das diagonais do paralelogramo  $ABCD$ , onde:

$$A(3, 2, 1); B(4, 3, 2); C(5, 0, -1); D(4, -1, -2)$$

6. Determine a posição relativa das duas rectas:

a)  $r: \begin{cases} x=1-t \\ y=3-2t \\ z=4+t \end{cases}$

$s: \begin{cases} x=2+3t \\ y=5+6t \\ z=3-3t \end{cases}$

b)  $r: \begin{cases} x=2+t \\ y=3 \\ z=4-t \end{cases}$

$s: \begin{cases} x=2-t \\ y=5 \\ z=4+t \end{cases}$

c)  $r: \frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+1}{-1}; s: \frac{x-2}{3} = y-4 = \frac{z}{-2}$

d)  $r: \frac{x}{2} = \frac{y-5}{0} = \frac{z-1}{4}; s: \frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+2}{0}$

7. Ache a distância entre as rectas:

a)  $r: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+3}{2}$  e  $s: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$

b)  $r: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$  e  $s: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{4}$

c)  $r: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = z$  e  $s: \frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-2}{1}$

$$d) \quad r: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 + t \\ z = 1 - 2t \end{cases} \text{ e } s: \begin{cases} x = 0 + t \\ y = -1 - 3t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$$

$$e) \quad r: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases} \text{ e } s: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 3t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$$

8. Ache o ângulo entre as rectas:

$$a) \quad r: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z}{-1} \text{ e } s: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-2}$$

$$b) \quad r: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z}{-1} \text{ e } s: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{2}$$

$$c) \quad r: \frac{x}{2} = \frac{y+6}{1} = \frac{z-1}{1} \text{ e } s: \begin{cases} x = -2 - t \\ y = t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$$

$$d) \quad r: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \text{ e } s: \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 + t \\ z = 4 - t \end{cases}$$

9. Os lados de um triângulo são dados pelas rectas  $r_1: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 + 7t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ ,  $r_2: \begin{cases} x = -5 + 4t \\ y = 5 + 5t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$  e  $r_3: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 23 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

a) Determine o ângulo do triângulo gerado pelas rectas  $r_1$  e  $r_2$ .

b) Determine o ponto de intersecção das rectas  $r_1$  e  $r_2$ , se existir.

c) Determine a altura do triângulo relativa ao lado  $r_3$ .

10. Os lados de um triângulo são dados pelas rectas  $r_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ ,  $r_2: \begin{cases} x = 5 + 4t \\ y = 7 + 5t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$  e  $r_3: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -5 - t \\ z = 0 + 2t \end{cases}$ .

a) Determine o ângulo do triângulo gerado pelas rectas  $r_1$  e  $r_2$ .

b) Determine o ponto de intersecção das rectas  $r_1$  e  $r_2$ , se existir.

c) Determine a altura do triângulo relativa ao lado  $r_3$ .

11. Ache o plano que passa por três pontos (se for possível)

a)  $A(1, 3, 2); B(-2, 3, 1)$  e  $C(2, 1, 1)$

c)  $A(1, 0, -1); B(1, 2, 0)$  e  $C(5, 6, -2)$

b)  $A(1, -2, 3); B(-1, 2, 4)$  e  $C(-3, 1, 2)$

d)  $A(a, a, a); B(-a, a, 0)$  e  $C(a, -a, a)$

12. Achar a equação do plano que passa pelo ponto  $A$  e pela recta dada:

$$a) \quad A(1, 2, 3); \quad r: \frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{0} = \frac{z-1}{2}$$

$$b) \quad A(2, -3, 1); \quad r: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-4}{4}$$

13. Ache o plano que passa por duas rectas (se for possível)

a)  $r: \frac{x-3}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-4}{-1}$  e  $s: \frac{x-1}{6} = \frac{y-4}{4} = \frac{z}{-2}$

b)  $r: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{3}$  e  $s: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-6}{0}$

c)  $r: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-1}{2}$  e  $s: \frac{x-1}{6} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-4}{4}$

14. Achar a equação do plano que passa pelo ponto  $A(5, -1, 3)$  e seja paralelo ao plano que passa por três pontos  $B(0, 0, 4)$ ;  $C(1, -2, 2)$  e  $D(-2, 1, 2)$ .

15. Achar a distância entre dois planos:

a)  $\pi_1: x - 2y + 2z - 3 = 0$  e  $\pi_2: 2y - x - 2z - 3 = 0$

b)  $\pi_1: 6x + 3y - 6z - 2 = 0$  e  $\pi_2: 2x + y - 2z + 1 = 0$

16. Ache a distância entre o ponto e o plano:

a)  $A(1, -1, 2)$ ;  $\pi: x - 2y + 2z = 0$

b)  $A(1, 3, 2)$ ;  $\pi: 3x - 4z + 5 = 0$

17. Ache a equação da recta que seja a intersecção de dois planos dados:

a)  $\pi_1: 2x - y - z = 0$  e  $\pi_2: 2x - z + 5 = 0$

b)  $\pi_1: x - 2y + 3z + 1 = 0$  e  $\pi_2: 2x + y - 4z - 8 = 0$

18. Ache o ângulo entre dois planos:  $\pi_1: x - 2y + 2z - 8 = 0$  e  $\pi_2: x + z - 6 = 0$

19. Ache o ponto de intersecção da recta  $r$  com o plano  $\pi$ , onde:

$$r: \frac{x-1}{0} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-6}{4}; \pi: -2x + 6y + 15z = 0$$